

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE
SECTION DES MATHÉMATIQUES

ANALYSE I PH

Chapitre 1 - exercices supplémentaires¹

Octobre 2017

1. **Calcul d'une somme finie.** Pour tout entier positif n calculer

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} \quad (1)$$

2. **Inégalité de Tchebychev pour les sommes finies.** Soit n un entier positif et $c_k \geq 0$ pour tout entier k tel que $1 \leq k \leq n$. Si $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{n-1} \leq a_n$ et $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_{n-1} \leq b_n$ montrer que

$$\sum_{k=1}^n a_k c_k \sum_{k=1}^n b_k c_k \leq \sum_{k=1}^n a_k b_k c_k \sum_{k=1}^n c_k. \quad (2)$$

3. **Calcul d'une somme finie.** Pour tout entier positif n soit $n! = \prod_{k=1}^n k$.

Calculer

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}. \quad (3)$$