Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Faculté des sciences de base
Institut de Géométrie, Algèbre et Topologie

Prof. K. Hess Bellwald

Algèbre Homologique : Série 13

14.6.2004

---

(1) Soit (R, m) un anneau local régulier tel que $\bigcap_{n=0}^{\infty} m^n = (0)$. Montrer que R est intègre.

(2) Soit (R, m) un anneau local et $x \in m$ un non diviseur de zéro tel que $R/(x)$ est régulier. Montrer que R est régulier.

(3) Soit R un anneau local régulier et $P \subset R$ un idéal premier de R. Montrer que R_P est régulier.

(4) Soit (R, M) un anneau local et M un R-module de génération finie. Soit encore $x \in R$ un non diviseur de zéro tel que $x \cdot y \neq 0$ pour tout $y \in M$ non nul. Montrer que $Idim_{R/(x)}(M/(x)) = Idim_R(M) - 1$.

(5) Soit (R, m) un anneau local régulier tel que $dim(R) = d$. Soit $\mathbb{K} = R/m$. Montrer que

$$Ext_R^i(\mathbb{K}, R) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq d \\ \mathbb{K} & \text{si } i = d \end{cases}$$