Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Section de mathématiques

Prof. K. Hess Bellwald

Théorie des Nœuds: Série 1

21.10.2004

---

(1) Montrer que la définition d'équivalence d'entrelacs par isotopie ambiente est bel et bien une relation d'équivalence.

(2) Disons que deux nœuds $h : S^1 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ et $k : S^1 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ sont *comparables* s'il existe une application continue $H : S^1 \times [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ telle que $H(-,0) = h$ et $H(-,1) = k$. Montrer que tout nœud est comparable au nœud trivial.

(3) Un diagramme de nœud est dit *ascendant* si l'on peut choisir une direction de parcours du diagramme telle que l'on passe dessous chaque croisement, lorsque l'on le rencontre pour la première fois. Montrer que tout diagramme de nœud ascendant représente le type de nœud trivial.

(4) Démontrer que $\mathfrak{u}(K) \leq \mathfrak{c}(K)/2$ pour tout nœud K.

(5) Définir une application $\mathcal{F} : \{entrelacs\} \longrightarrow \{groupes\}$ par $\mathcal{F}(L) = \pi_1(\mathbb{R}^3 \smallsetminus L)$, le groupe fondamental du complément de L. Montrer que $\mathcal{F}$ est un invariant d'entrelac.
Rappel: Les éléments du groupe fondamental d'un espace topologique pointé (X, x_0) sont les classes d'homotopie basées d'applications du cercle vers X, où le produit est induit par la concatenation de lacets.