Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Section de mathématiques

Prof. K. Hess Bellwald

Théorie des Nœuds: Série 9

16.12.2004

---

(1) Montrer que $\mathcal{T}(X)$ est un sousgroupe de $Aut(\mathcal{F}(X))$. Montrer que tout endomorphisme de $\mathcal{F}(X)$ qui satisfait aux conditions (1) et (2) de la définition de $\mathcal{T}(X)$ est un automorphisme.

(2) Soit $\tau \in \mathcal{S}_n$, et soit $X = \{x_1, ..., x_n\}$. Démontrer que s'il existe $w_1, ..., w_n \in \mathcal{F}(X)$ tels que

$$(w_1 x_{\tau(1)} w_1^{-1}) \cdots (w_n x_{\tau(n)} w_n^{-1}) = x_1 \cdots x_n,$$

alors il existe $i \in \{1, ..., n\}$ et $z \in \mathcal{F}(X)$ tels que
 (a) $w_{i+1} = w_i x_{\tau(i)}^{-1} z$, où $z \neq x_{\tau(i)} z'$, ou
 (b) $w_i = w_{i+1} x_{\tau(i+1)} z$, où $z \neq x_{\tau(i+1)}^{-1} z'$.

(3) Poser $\Delta = (\sigma_1 \cdots \sigma_{n-1})(\sigma_1 \cdots \sigma_{n-2}) \cdots (\sigma_1 \sigma_2)\sigma_1$. Calculer $\Phi(\Delta)(x_i)$ pour tout i. Déduire de vos calculs que $\Delta^{-1}\sigma_i\Delta = \sigma_{n-i}$ pour tout $1 \leq i \leq n-1$.