Eléments d'homotopie
Prof. K. Hess-Bellwald

Série 8

14 décembre 2006

Exercice 1

Soit B un espace topologique et D un espace discret. Considérons le revêtement $p : D \times B \to B$ défini par $p(d, b) = b$.
Déterminer $\phi_{e_0} : \pi_1(B, b_0) \to p^{-1}(b_0)$, où $p(e_0) = b_0$.

Exercice 2

Considérons le revêtement $f_n : S^1 \to S^1$ défini par $f_n(z) = z^n$,

- Déterminer $f^{-1}(z)$, pour $z \in S^1$.
- Calculer $\phi_{z_0} : \pi_1(S^1, 1) \to f_n^{-1}(1)$, où $f_n(z_0) = 1$.
- Calculer $\pi_1(f_n)$.

Exercice 3

Soit H un sous groupe d'un groupe topologique G. Montrer que l'application de projection $p : G \to G/H$ est un revêtement si et seulement si H est un sous groupe discret. Où G/H est muni de la topologie quotient.
Soit H maintenant, un sous groupe quelconque de G, montrer que $p : G \to G/H$ à la propriété de relèvement de chemins.

Exercice 4

Soit X un espace topologique, et G un sous groupe de *homeo*(X) (i.e le groupe de tous les homéomorphismes de X) tel que pour tout $x \in X$ il existe un voisinage U_x de x qui vérifie la propriété suivante:

$$\forall g_1 \neq g_2 \in G,\ \ g_1(U_x) \cap g_2(U_x) = \varnothing.$$

Montrer que l'application de projection $p : X \to X/G$ est un revêtement, où X/G est muni de la topologie quotient.