Eléments d'homotopie
Prof. K. Hess-Bellwald

Série 10

11 janvier 2007

Exercice 1
Soit $n > 1$. Montrer que toute application continue $f : S^n \to S^1$ est homotope à une application constante.

Exercice 2
Trouver tous les revêtement (à équivalence près) de S^1.

Exercice 3
Soit $T = S^1 \times S^1$, le tore. Il existe un isomorphisme entre $\pi_1(T)$ et $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
(a) Trouver un revêtement de T correspondant au sous-groupe de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ engendré par $(m, 0)$, où $m > 0$.
(b) Trouver un revêtement de T correspondant au sous-groupe trivial de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
(c) Trouver un revêtement de T correspondant au sous-groupe de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ engendré par $(m, 0)$ et $(0, n)$, où $m, n > 0$.
(d) Existe-t-il d'autres revêtements du tore ?

Exercice 4
Soit $p : E \to B$ un revêtement entre espaces connexes par arcs et localement connexes par arcs, avec $p(e_0) = b_0$. Montrer que $p_*(\pi_1(E, e_0))$ est un sous-groupe normal de $\pi_1(B, b_0)$ si et seulement si il existe une équivalence $h : E \to E$ avec $h(e_1) = e_2$, pour tout couple de points e_1, $e_2 \in p^{-1}(b_0)$.