Eléments d'homotopie
Prof. Kathryn Hess — Hiver 07

Série 6

Exercice 1 (Théorème de Borsuk-Ulam)**.** Soit $f : S^2 \to \mathbb{R}^2$ une application continue. Alors il existe $x, -x \in S^2$ tels que $f(x) = f(-x)$. Montrer ce résultat en utilisant que $\pi_1 S^1 = \mathbb{Z}$.

Exercice 2. Soit $p : E \to B$ un revêtement. Montrer que

i) $p^{-1}(b)$, vu comme sous-espace topologique de E, est discret.

ii) p est une application ouverte.

Exercice 3. Montrer que si D est un espace discret, alors la projection

$$\begin{array}{rccc} p: & B \times D & \longrightarrow & B \\ & (b,d) & \longmapsto & b \end{array}$$

est un revêtement pour tout espace B.

Exercice 4. i) Montrer que le produit de revêtements est encore un revêtement.

ii) Montrer que la composition de revêtments est encore un revêtement.

Exercice 5. Donner explicitement les relèvements de chemins pour les revêtements suivants :

a) $p : B \times D \to B : (b,d) \mapsto b$

b) $p : \mathbb{R} \to S^1 : t \mapsto e^{i2\pi t}$

c) $p_n : S^1 \to S^1 z \mapsto z^n$.