**Eléments d'homotopie**
Prof. Kathryn Hess — Hiver 07

# Série 8

**Exercice 1.** a) Soit $M$ la bande de Möbius. Montrer que l'application $p : M \to S^1$ qui envoie la bande sur le cercle est une fibration.

b) On définit la *bouteille de Klein* par $K = [0,1] \times [0,1]/\sim$ où l'on idientifie les points $(0,y) \sim (1,y)$ et $(x,0) \sim (1-x,1)$. Montrer que l'application $p : K \to S^1$ qui envoie la bouteille de Klein sur le cercle est une fibration est calculer sa fibre (i.e., la pré-image d'un point par $p$).

c) On considère la sphère $S^3$ comme un sous-ensemble de $\mathbb{C}^2$. Montrer que l'application

$$p : S^3 \to S^2 : (z_0, z_1) \mapsto z_0/z_1 \in \mathbb{C} \cup \{\infty\} \cong S^2$$

est une fibration et calculer sa fibre.

**Exercice 2.** Montrer que tout revêtement est une fibration.

**Exercice 3.** Trouver un exemple d'une application continue surjective qui ne soit pas une fibration.

**Exercice 4.** Soient $p : E \to B$ une fibration et $X$ un espace topologique localement compact de Hausdorff. Montrer que $p^X : E^X \to B^X : f \mapsto p \circ f$ est une fibration pour tout $X$.

**Exercice 5.** Soit $j : S^1 \hookrightarrow D^2$ l'inclusion du cercle dans le disque. Montrer que $j^* : X^{D^2} \to X^{S^1}$ est une fibration pour tout $X$.