

Série 8

Exercice 1. a) Soit M la bande de Möbius. Montrer que l'application $p : M \rightarrow S^1$ qui envoie la bande sur le cercle est une fibration.

b) On définit la *bouteille de Klein* par $K = [0, 1] \times [0, 1] / \sim$ où l'on identifie les points $(0, y) \sim (1, y)$ et $(x, 0) \sim (1 - x, 1)$. Montrer que l'application $p : K \rightarrow S^1$ qui envoie la bouteille de Klein sur le cercle est une fibration et calculer sa fibre (i.e., la pré-image d'un point par p).

c) On considère la sphère S^3 comme un sous-ensemble de \mathbb{C}^2 . Montrer que l'application

$$p : S^3 \rightarrow S^2 : (z_0, z_1) \mapsto z_0/z_1 \in \mathbb{C} \cup \{\infty\} \cong S^2$$

est une fibration et calculer sa fibre.

Exercice 2. Montrer que tout revêtement est une fibration.

Exercice 3. Trouver un exemple d'une application continue surjective qui ne soit pas une fibration.

Exercice 4. Soient $p : E \rightarrow B$ une fibration et X un espace topologique localement compact de Hausdorff. Montrer que $p^X : E^X \rightarrow B^X : f \mapsto p \circ f$ est une fibration pour tout X .

Exercice 5. Soit $j : S^1 \hookrightarrow D^2$ l'inclusion du cercle dans le disque. Montrer que $j^* : X^{D^2} \rightarrow X^{S^1}$ est une fibration pour tout X .