

## Série 9

16 décembre 2004

1.

Calculer l'ordre du groupe  $|\{a, b\} : r|$  où  $r = \{a^4, a^2b^{-2}, a^3ba^{-1}b^{-1}\}$ .

2.

Peut-on exprimer le groupe présenté par  $(\{a, b\} : r)$ , où  $r = \{a^4, b^2, aba^{-1}b^{-1}\}$ , comme une somme de groupes cycliques ?

3.

Soit  $G_1$  et  $G_2$  des groupes non-triviaux. Montrer que le produit libre  $G_1 * G_2$  n'est pas abélien.

4.

Soit  $I$  un ensemble et  $(X_\alpha, x_\alpha)$  un espace topologique  $\forall \alpha \in I$ . Supposons qu'il existe un voisinage ouvert  $U_\alpha$  de  $x_\alpha$  tel que  $x_\alpha$  en est un rétracte par déformation,  $\forall \alpha \in I$ .

Montrer alors que  $\pi_1(\bigvee_\alpha X_\alpha) \cong *_\alpha \pi_1(X_\alpha)$ .

5.

Soit  $x_1, x_2, \dots, x_n$  des points de  $\mathbb{R}^3$ .

Calculer le groupe fondamental de  $\mathbb{R}^3 - \{x_1, \dots, x_n\}$ .